Справочный материал «Математика 5 класс»





Числа, которыми пользуются при счёте, называют *натуральными*.

Обозначают их латинской буквой N.

Число 0 <u>не является</u> натуральным!

Способ записи чисел, которым мы пользуемся, называется **десятичной позиционной системой счисления**.

Значение цифры зависит от её места (позиции) в записи числа.

Свойства натурального ряда:

- 1. Наименьшее число натурального ряда 1, наибольшего нет.
- 2. Для каждого числа найдётся такое, которое больше его на 1.
- 3. Для каждого числа, кроме 1, найдётся такое, которое меньше его на 1.
- 4. Число 0 не является натуральным, поскольку не используется при счёте.



Если запись натурального числа состоит из одного знака – одной цифры, то его называют **однозначным**.

Если запись числа состоит из двух знаков – двух цифр (различных или одинаковых), то его называют **двузначным**.

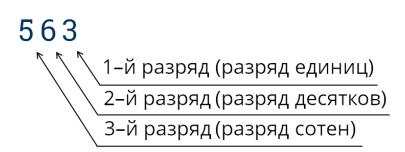
Точно так же можно сказать и о трёхзначных числах, четырёхзначных и т. д.

Многозначные натуральные числа – это натуральные числа, запись которых состоит из 2, или 3, или 4 и т. д. знаков.

Позиция (место), на которой стоит цифра в записи натурального числа, называется *разрядом*.

Разряды называют начиная с конца числа, т. е. справа налево.

Первый разряд называют также *разрядом единиц*, второй разряд – *разрядом десятков*, третий разряд – *разрядом сотен* и т. д.





В записи числа разряды начиная справа группируются в классы по три разряда в каждом.

Класс единиц, или первый класс, – это класс, который образуют первые три разряда (справа от конца числа): разряд единиц, разряд десятков и разряд сотен.

Класс единиц (первый класс)								
числа сотни десятки единицы								
6			6					
34		3	4					
148	1	4	8					

Класс тысяч, или второй класс, – это класс, который образуют следующие три разряда: единицы тысяч, десятки тысяч и сотни тысяч.

	Класс ть	ісяч (второй	класс)	Класс единиц (первый класс)			
числа	сотни тысяч	десятки тысяч	единицы тысяч	сотни	десятки	единицы	
5234			5	2	3	4	
12803		1	2	8	0	3	
356149	3	5	6	1	4	9	



Класс миллионов, или третий класс, - это класс, который образуют следующие три разряда: единицы миллионов, десятки миллионов и сотни миллионов.

289 350 140

	сотни миллионов	2
Класс миллионов (третий класс)	десятки миллионов	8
	единицы миллионов	9
	сотни тысяч	3
Класс тысяч (второй класс)	десятки тысяч	5
	единицы тысяч	0
	сотни	1
Класс единиц (первый класс)	десятки	4
	единицы	0



Правило округления чисел:

Если следующая за остающимся числом цифра равна 5, 6, 7, 8 или 9, то остающийся разряд увеличивают на 1.

А если эта цифра равна 0, 1, 2, 3 или 4, то остающийся разряд оставляют без изменения. Все следующие за нужным разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.



Сравнение натуральных чисел

Из двух натуральных чисел **меньше** то, которое при счёте называют раньше.

А *больше* то, которое при счёте называют позже.

Записи вида: 3 < 5, 23 > 15 называют **неравенствами**.

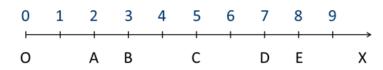
Если о числе говорят, что оно меньше некоторого числа и вместе с тем больше некоторого другого числа, то тогда записывают это утверждение в виде двойного неравенства, используя и знак <, и знак >.



Многозначные натуральные числа сравнивают поразрядно начиная со старших разрядов.

Правило сравнения чисел, расположенных на координатном луче:

точка с меньшей координатой лежит на координатном луче левее точки с большей координатой.





Сложение натуральных чисел

Натуральный ряд – это все числа, записанные по порядку (каждое на своём месте).

Числа, которые складывают, называют *слагаемыми*. А число, которое получилось при сложении или результат сложения, называют *суммой*.

Свойства сложения натуральных чисел:

1. *Переместительное свойство:* от перемены мест слагаемых сумма не меняется.

$$a+b=b+a$$

2. **Сочетательное свойство:** чтобы прибавить к числу сумму двух чисел, можно сначала прибавить первое слагаемое, а потом к полученной сумме – второе слагаемое.

$$(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c$$

3. *Прибавление нуля:* от прибавления нуля число не меняется, или если к нулю прибавить какое-нибудь число, то мы получим само это число.

$$a+0=0+a=a$$





Сложение натуральных чисел

Для сложения многозначных натуральных чисел используют сложение столбиком. Такой способ сложения поможет быстрее решить пример и не сделать ошибок.

Для того чтобы сложить два многозначных числа столбиком, мы должны записать два числа одно под другим. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы – под единицами, десятки – под десятками и т. д.). Под нижним числом провести черту, а слева от записанных чисел поставить знак плюс. Сложить цифры в каждом разряде начиная с младшего разряда (самого правого). Результат записывается под тем разрядом, в котором выполнено сложение.

Если результат двузначный, на месте ответа записывается число единиц, а число десятков прибавляется к единицам соседнего старшего (находящегося слева от данного) разряда.





Вычитание натуральных чисел

Вычитание есть действие обратное сложению.

С помощью вычитания находят неизвестное слагаемое по известным сумме и другому слагаемому.

Число, из которого вычитают, называют *уменьшаемым*, а число, которое вычитают, называют *вычитаемым*. Результат вычитания называют *разностью*.



Разность чисел показывает, на сколько первое число больше второго или на сколько второе число меньше первого. При действиях с натуральными числами уменьшаемое всегда должно быть больше вычитаемого.

Вычитание можно проверить сложением или вычитанием:

если к разности прибавить вычитаемое, то получится уменьшаемое.

Если из уменьшаемого вычесть разность, получится вычитаемое.

Вычитание натуральных чисел

Свойства вычитания:

1. Чтобы вычесть сумму из числа, можно сначала вычесть из этого числа одно слагаемое и затем из полученной разности – другое слагаемое.

$$a - (b+c) = a - b - c$$

2. Чтобы из суммы вычесть число, можно его вычесть из одного слагаемого и к полученной разности прибавить второе слагаемое.

$$(a+b)-c = a + (b-c),$$

$$(a+b)-c = (a-c)+b.$$

3. Если из числа вычесть нуль, то число не изменится.

$$a-0=a$$

4. Если из числа вычесть само это число, то получим нуль.

$$a-a=0$$



Вычитание натуральных чисел

чтобы не забыть.

Для вычитания многозначных натуральных чисел используют вычитание столбиком. Такой способ вычитания поможет быстрее решить пример и не сделать ошибок. **Для того чтобы отнять от одного многозначного числа другое столбиком**, мы должны записать два числа одно под другим. Большее число сверху. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы – под единицами, десятки – под десятками и т. д.). Под нижним числом провести черту, а слева от записанных чисел поставить знак минус. Вычитать цифры в каждом разряде начиная с младшего разряда (самого правого). Результат записывается под тем разрядом, в котором выполнено вычитание.

Если вдруг из одного числа нельзя вычесть второе, то занимают

десяток у соседней цифры слева. А над самой цифрой ставят точку,

записать два числа одно под другим

вычитать цифры в каждом разряде

записать результат под соответствующим разрядом



Умножение натуральных чисел

Действие нахождения суммы одинаковых слагаемых называется **умножением**.

Выражение 12 · 5 и результат – число 60 – называют *произведением*. А числа 12 и 5 – *множителями*.

$$m \cdot n = m + m + \dots + m$$

$$n - \text{слагаемыx}$$

Буквенную запись m · n и её значение также называют *произведением*, а буквы m и n, соответственно, *множителями*.



Умножение натуральных чисел

Свойства умножения натуральных чисел:

- 1. *Переместительное свойство:* от перемены мест множителей произведение не меняется.
- 2. *Сочетательное свойство:* чтобы умножить число на произведение двух чисел, можно сначала умножить его на первый множитель, а потом полученное произведение на второй множитель.
- 3. **Распределительное свойство умножения относительно сложения:** для того чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и сложить получившиеся произведения.
- 4. **Распределительное свойство умножения относительно вычитания:** для того чтобы умножить разность на число, можно умножить на это число уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

а, b – любые натуральные числа

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

а, b, c – любые натуральные числа

$$(a+b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c$$

$$(a-b)\cdot c = a\cdot c - b\cdot c$$



Деление натуральных чисел

Действие, с помощью которого по произведению и одному из множителей находят другой множитель, называют **делением**.

Число, которое делят, называют **делимым**. Число, на которое делят, – **делителем**. А результат от деления чисел называют **частным**.

Частное чисел показывает, во сколько раз первое число больше второго или во сколько раз второе число меньше первого.

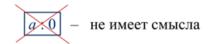




Деление натуральных чисел

Свойства деления натуральных чисел:

1. На 0 (нуль) делить нельзя!



2. Деление 0 (нуля) на число равно 0 (нулю).

$$0: a = 0$$

3. Деление числа на 1 результатом имеет само число.

$$a:1=a$$

4. Деление числа на само себя имеет результатом число 1.

$$a:a=1$$



Деление натуральных чисел

Если при делении натуральных чисел делимое не делится полностью на делитель и в последней разности деления остаётся число меньшее делителя, то такое деление называется **делением с остатком**. В этом случае полученное частное называется **неполным частным**.



При делении с остатком остаток всегда должен быть меньше делителя. Если остаток больше или равен делителю, то деление выполнено неправильно.

Чтобы проверить правильность деления с остатком, нужно делитель умножить на неполное частное и к произведению прибавить остаток. В сумме должно получиться число равное делимому.



Числовые и буквенные выражения

Числовое выражение – это выражение, состоящее из чисел, арифметических действий и скобок.

Выражение не имеет значения, если какое-либо из действий в нём нельзя выполнить.

Буквенное выражение – это выражение, состоящее из букв, чисел, арифметических действий и скобок.

Если в буквенном выражении вместо буквы подставить число (значение) и выполнить все действия, то получится числовое значение буквенного выражения.

Числовой множитель (коэффициент) всегда пишут перед буквой. Знак умножения между числом и буквой обычно не ставят. Знак умножения не ставят и в тех случаях, когда один из множителей стоит перед или после скобки или оба множителя выражены буквами.



Формулы движения

Запись какого-нибудь правила с помощью букв называют формулой.

Формулой также можно выражать зависимость между величинами.

Чтобы найти пройденное расстояние, надо скорость движения умножить на время движения.

$$s = v \cdot t$$

Чтобы найти скорость движения, надо пройденное расстояние разделить на время движения.

$$v = s : t$$

Чтобы найти время движения, надо пройденное расстояние разделить на скорость движения.

$$t = s : v$$



Уравнение

Уравнение – это равенство, содержащее букву, значение которой надо найти.

Значение буквы, при котором из уравнения получается верное числовое равенство, называют корнем уравнения.

Решить уравнение – значит найти все его корни или убедиться, что уравнение не имеет корней.

Правила решения простых уравнений:

1. Нахождение неизвестного слагаемого:

$$a + (x) = b$$
 $x = b - a$ $x = b - a$

2. Нахождение неизвестного уменьшаемого:

$$x$$
 – a = b x = b + a

3. Нахождение неизвестного вычитаемого:

$$a - x = b$$

 $x = a - b$



Степень числа. Квадрат и куб числа

Произведение п равных друг другу множителей, обозначается

$$a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

где a – любое натуральное число.

п множителей

Читают это произведение: «a в степени n» либо «a в n–й степени», т. е. a^n равно произведению числа a самого на себя n раз.

В данной записи число a называют **основанием степени**, число n – **показателем степени**, а само выражение называют **степенью**.

$$a^2 = a \cdot a$$

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

Таблица квадратов натуральных чисел до 10:

а	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Таблица кубов натуральных чисел до 10:

а	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000



Порядок выполнения действий

Сложение и вычитание чисел называют действиями первой ступени, умножение и деление чисел – действиями второй ступени, а возведение в степень – действием третьей ступени.

Сложение Вычитание Умножение Действия 1-й ступени Действия 2-й ступени Деление Возведение числа в степень Действие 3-й ступени

Правила определения порядка выполнения действий:

- 1. Если в выражении нет скобок и оно содержит действия только одной ступени, то эти действия выполняют по порядку слева направо.
- 2. Если в выражении нет скобок и оно содержит действия разных ступеней, то сначала выполняют действия второй ступени (т. е. умножение и деление) слева направо, а затем все действия первой ступени слева направо.
- 3. Если в выражении есть скобки, то сначала выполняют все действия в скобках (слева направо), а затем все действия в полученном выражении (слева направо), учитывая при этом правила 1 и 2.
- 4. Если выражение содержит действия разных ступеней, то сначала выполняют действия в скобках, потом действия третьей ступени, после них действия второй ступени и, наконец, действия первой ступени.



Доля есть каждая из равных частей, на которое разделено целое.

Запись вида $\frac{7}{12}$ называют **обыкновенной дробью**.

Число, записанное над чертой дроби, называют **числителем**, а число, записанное под чертой, называют **знаменателем**.

7 — Числитель 12 — Знаменатель

Знаменатель показывает, на сколько частей разделили целое, а числитель – сколько частей (долей) взяли.

Две равные дроби обозначают одно и то же дробное число.

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, числитель которой больше, и, соответственно, меньше та, числитель которой меньше.

Дробь, числитель которой меньше знаменателя, называют *правильной*.

Дробь, числитель которой больше знаменателя или равен ему, называют *неправильной*.

Правильная дробь меньше числа 1, неправильная дробь – больше или равна числу 1.



Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить тем же.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Чтобы из одной дроби вычесть другую дробь с таким же знаменателем, нужно из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, а знаменатель оставить тем же.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$



Сумму натурального числа и правильной дроби принято записывать без знака «+». Такую сумму называют **смешанным числом**. Натуральное число называют **целой частью смешанного числа**, а дробь – **дробной частью смешанного числа**.



Чтобы сложить смешанные числа, нужно сложить по отдельности их целые и дробные части и записать сумму полученных чисел.

Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, то выделяют целую часть этой дроби и добавляют к уже имеющейся целой части.

Чтобы найти разность смешанных чисел, нужно найти отдельно разность целых частей и отдельно разность дробных частей.

Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть.



Правило выделения целой части из неправильной дроби:

- 1. Разделить с остатком числитель на знаменатель.
- 2. Неполное частное будет целой частью.
- 3. Остаток (если он есть) даёт числитель, а делитель знаменатель дробной части.

Любое смешанное число можно представить в виде неправильной дроби.

Правило представления смешанного числа в виде неправильной дроби:

- 1. Нужно целую часть числа умножить на знаменатель дробной части.
- 2. К полученному произведению прибавить числитель дробной части.
- 3. Записать полученную сумму числителем дроби, а знаменатель дробной части оставить без изменения.



Десятичная запись дробных чисел

Любое число, знаменатель дробной части которого выражается единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде десятичной записи, или, как говорят иначе, в виде десятичной дроби.

Чтобы записать дробь в десятичной записи, нужно:

- 1. Уравнять, если необходимо, число цифр после запятой.
- 2. Записать целую часть (она может быть равна нулю).
- 3. Поставить запятую, отделяющую целую часть от дробной части.
- 4. Записать числитель дробной части.

Чтобы сравнить две десятичные дроби, надо сначала уравнять у них число десятичных знаков, приписав к одной из них справа нули, а потом, отбросив запятую, сравнить получившиеся натуральные числа.



Сложение и вычитание десятичных дробей

Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби, нужно:

- 1. Уравнять в этих дробях количество знаков после запятой.
- 2. Записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой.
- 3. Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую.
- 4. Поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.



Умножение и деление десятичных дробей

Правила умножения десятичных дробей на натуральное число:

- 1. Выполнить умножение, не обращая внимания на запятую.
- 2. В полученном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их отделено в десятичной дроби.
- 3. Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в данной десятичной дроби перенести запятую вправо на столько цифр, сколько нулей стоит в множителе после единицы.

Правила деления десятичных дробей на натуральные числа:

- 1. Делим десятичную дробь на натуральное число по правилам деления в столбик, не обращая внимания на запятую.
- 2. Ставим в частном запятую, когда заканчивается деление целой части делимого.
- 3. Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д. надо перенести запятую в этой дроби на столько цифр влево, сколько нулей записано после единицы в делителе.



Умножение и деление десятичных дробей

Правило умножения десятичных дробей:

- 1. Умножить их столбиком как целые числа, не обращая внимания на запятые.
- 2. После этого в каждом множителе нужно посчитать количество знаков после запятой и сложить эти значения.
- 3. В полученном результате отделить запятой справа столько цифр, сколько их стоит в обоих множителях вместе.

Если в произведении получается меньше цифр, чем надо отделить запятой, то впереди дописывают нуль или несколько нулей.

Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую влево на столько знаков, сколько нулей стоит перед единицей в множителе.



Умножение и деление десятичных дробей

Правило деления числа на десятичную дробь:

- 1. В делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их стоит после запятой в делителе.
- 2. После этого выполнить деление на натуральное число.

Чтобы разделить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., нужно перенести запятую вправо на столько цифр, сколько нулей стоит перед единицей в делителе, учитывая и целую часть. Заметьте, деление десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. равносильно умножению этой десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.

Проценты

Процент – это одна сотая часть любой величины или числа.

Чтобы перевести десятичную дробь в проценты, нужно дробь умножить на 100 и добавить знак %.

Чтобы перевести обыкновенную дробь в проценты, нужно сначала перевести её в десятичную дробь, а потом умножить на 100 и добавить знак %.

Чтобы проценты перевести в число, нужно убрать знак % и разделить число на 100.

Таблица соотношений:

Дробь	1	1	3	1	2	3	1	1	1
	$\overline{2}$	$\frac{\overline{4}}{4}$	$\frac{\overline{4}}{4}$	- 5	- 5	- 5	$\overline{10}$	20	50
Десятичная дробь	0,5	0,25	0,75	0,2	0,4	0,6	0,1	0,05	0,02
Проценты	50 %	25 %	75 %	20 %	40 %	60 %	10 %	5 %	2 %

VIDEOUROKI.

Геометрические сведения

Простейшей геометрической фигурой является точка.

Отрезок – это часть прямой линии между двумя точками, включая эти точки (концы).

Точки А и В называют концами отрезка АВ.

Длина отрезка АВ – это расстояние между точками *A* и *B*.

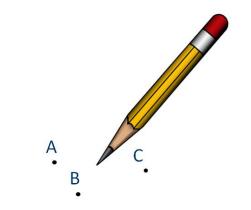
Единицы измерения длины:

1 cm = 10 mm

1 дм = 10 см = 100 мм

1 M = 10 ДM = 100 CM = 1000 MM

 $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 10\,000 \text{ дм} = 100\,000 \text{ см} = 1\,000\,000 \text{ мм}$





VIDEOUROKI.

Геометрические сведения

Если соединить 3 точки отрезками, то получится *треугольник*.

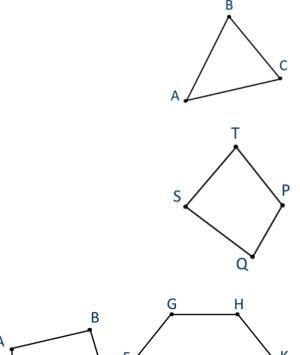
Точки *A*, *B* и *C* называют **вершинами треугольника АВС**.

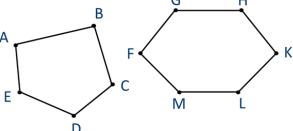
Отрезки *AB*, *BC* и *AC* называются *сторонами треугольника*.

Если соединить 4 точки, то получится фигура, которая называется **четырёхугольник**.

Если соединить 5 точек, то получится *пятиугольник*, 6 точек – шестиугольник и т. д.

Такие фигуры, как треугольник, четырёхугольник, пятиугольник и другие называют **многоугольниками**.







Если продлить отрезок неограниченно за одну из точек, то получится фигура, которая называется **луч**.



Луч имеет начало, но не имеет конца, т. е. он бесконечен в одну сторону.

Если отрезок неограниченно продлить в обе стороны, то получится фигура, которая называется **прямой**.



Прямая не имеет ни начала, ни конца.

Все штрихи на линейке разбивают её на равные части. Эти части называют **делениями**. Длину деления называют **ценой**.

Все деления линейки вместе с написанными числами образуют *шкалу*.





Периметр многоугольника – это сумма длин всех его сторон.

Четырёхугольник, у которого все углы прямые, называется *прямоугольником*.

Две стороны прямоугольника, которые имеют общую вершину, называются **длиной** и **шириной**.

Длина и ширина прямоугольника называются его измерениями.

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется квадратом.



Установить, равны ли два прямоугольника (квадрата), можно с помощью наложения: если при наложении их можно совместить, то они называются равными.

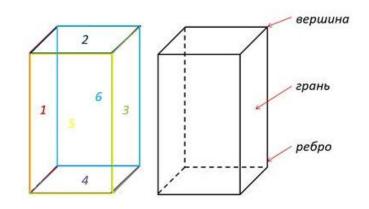
Площадь прямоугольника равна произведению его измерений, т. е. произведению длины и ширины.

$$S = a \cdot b$$





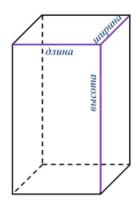
Поверхность прямоугольного параллелепипеда состоит из 6 прямоугольников, каждый из которых называют **гранью** прямоугольного параллелепипеда. Стороны этих прямоугольников называются **рёбрами**, а вершины прямоугольников – **вершинами** прямоугольного параллелепипеда.



Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда равны.

Нижнюю и верхнюю грани прямоугольного параллелепипеда называют его **основаниями**, остальные грани – **боковыми гранями**.

В каждой вершине прямоугольного параллелепипеда сходятся 3 ребра. Такие рёбра называют **длиной**, **шириной** и **высотой** прямоугольного параллелепипеда. Вместе их называют **измерениями** параллелепипеда.





Формула площади поверхности прямоугольного параллелепипеда:

$$S = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений, т. е. длины, ширины и высоты:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания и высоты:

$$V = S \cdot c$$

Формула площади поверхности куба:

$$S = 6a^2$$

Объём куба можно вычислить так:

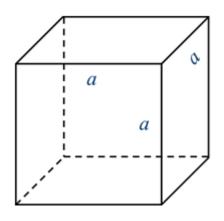
$$V = a^3$$



Прямоугольный параллелепипед, у которого все рёбра равны, называется *кубом*.

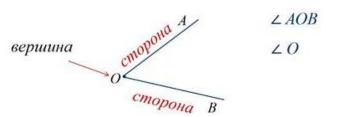
Все грани куба – равные между собой квадраты.

Поэтому поверхность куба состоит из 6 равных квадратов.





Угол – это часть плоскости, ограниченная двумя лучами, выходящими из одной точки или имеющими одно начало.



Два угла называют равными, если их можно наложить один на другой так, что их вершины и стороны совпадут.

Два дополнительных друг другу луча образуют *развёрнутый угол*.

Сторонами такого угла является прямая линия, на которой лежит вершина развёрнутого угла.

∠ *AOB* — развёрнутый угол

<u>А</u> <u>О</u> <u>В</u> дополнительные лучи



Алгоритм построения прямого угла:

- 1. Расположить чертёжный треугольник так, чтобы его вершина совпала с точкой Е, а одна из его сторон пошла по лучу ЕF.
- 2. Провести луч ЕС вдоль второй стороны чертёжного треугольника.
- 3. Угол СЕГ, который образовался после выполнения 1 и 2 шага алгоритма, и есть прямой.

